PGCD , PPCM de 2 entiers

1°/Si a et b sont deux entiers non nuls , alors il existe un unique entier naturel d sui vérifie les deux conditions suivantes :

d divise a et d divise b ,

Si un entier k divise a et b alors il divise d .

L'entier d défini plus haut est noté a $\wedge$ b et appelé le plus grand commun diviseur de a et b .

Pour tous entiers a et b non nuls , a $\wedge$ b est un entiers naturel non nul .

Pour tous entiers a et b non nuls , a $\wedge$ b = $|a| \wedge |b|$

2°/ Soit a et b deux entiers non nuls .

Si b divise a alors a $\wedge$ b = $|b|$.

Si b ne divise pas a et si r est le reste modulo b de a alors a $\wedge$ b = b $\wedge$ r .

a $\wedge$ b = b $\wedge$ a .

pour tout entier non nul k , ka $\wedge$ kb = $|k|$ (a $\wedge$ b) .

a $\wedge$ (b $\wedge$ c) = (a $\wedge$ b) $\wedge$ c .

3°/ Deux entiers non nuls a et b sont dits premiers entre eux , si a $\wedge$ b = 1 .

Soit a et b deux entiers non nuls . Alors il existe un unique couple d'entiers (a',b') tel que a = (a $\wedge$ b)a' , b = (a $\wedge$ b)b' et a' $\wedge$ b' = 1 .

4°/

Lemme de Gauss : Soit a , b et c trois entiers non nuls . Si a $\wedge$ b = 1 et a divise bc alors a divise c .

Soit a et b deux entiers naturels non nuls et n un entier.

Si a $\wedge$ b = 1 , n = 0 (mod a) et n = 0 (mod b) alors n = 0 (mod ab) .

5°/ Pour tous entiers a et b non nuls il existe un unique entier m strictement positif qui vérifie les deux conditions suivantes.